**BORRADOR EXAMEN MECÁNICA DE ESTRUCTURAS**

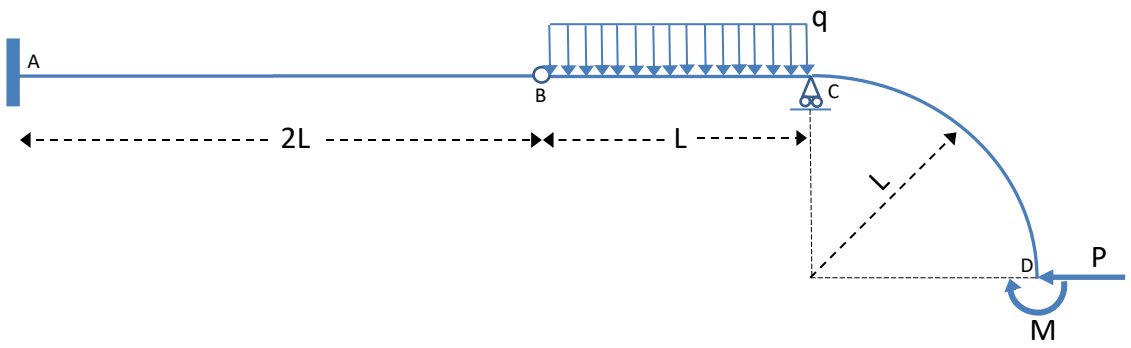
**EJERCICIO 1 (TIEMPO MÁXIMO: 30 MINUTOS)**

Sea la estructura de la figura, formada por un empotramiento en A, una rótula en B, un apoyo deslizante en C y un tramo curvo de radio "**L**". Las cargas aplicadas en la estructura son las reflejadas en la figura, en la cual **q=2P/L**, **M= 2PL**. Calcular:

(NOTA PARA LA RESOLUCIÓN NO DADA EN EL EXAMEN: tomar **L=2** [m] y **P=2** [kN])

**a)** Reacciones en los apoyos.

**b)** Dibujar las leyes de esfuerzos axiles, cortantes y flectores, indicando sus valores extremos.




NOTA: Se valorará la claridad y justificación en la respuesta.

**EJERCICIO 2 (TIEMPO MÁXIMO: 30 MINUTOS)**

El sistema de la figura está formado por un cable parabólico **EF** conectado al extremo derecho de una estructura articulada, donde **B**, **D** y **F** son apoyos simples (o completos). Las cargas a las que se ve sometido todo el sistema son las que se muestran en la figura, donde todas las dimensiones geométricas están expresadas en metros.

En el cable, que está sometido a una carga uniformemente distribuida de valor **q** [kN/m], los puntos **E** y **F** se hallan a la misma altura, **f = 0,5 m**. La máxima tensión del cable se sitúa en los puntos **E** y **F** y es igual, en módulo, a **T = 4472,13** [N].

Calcular:

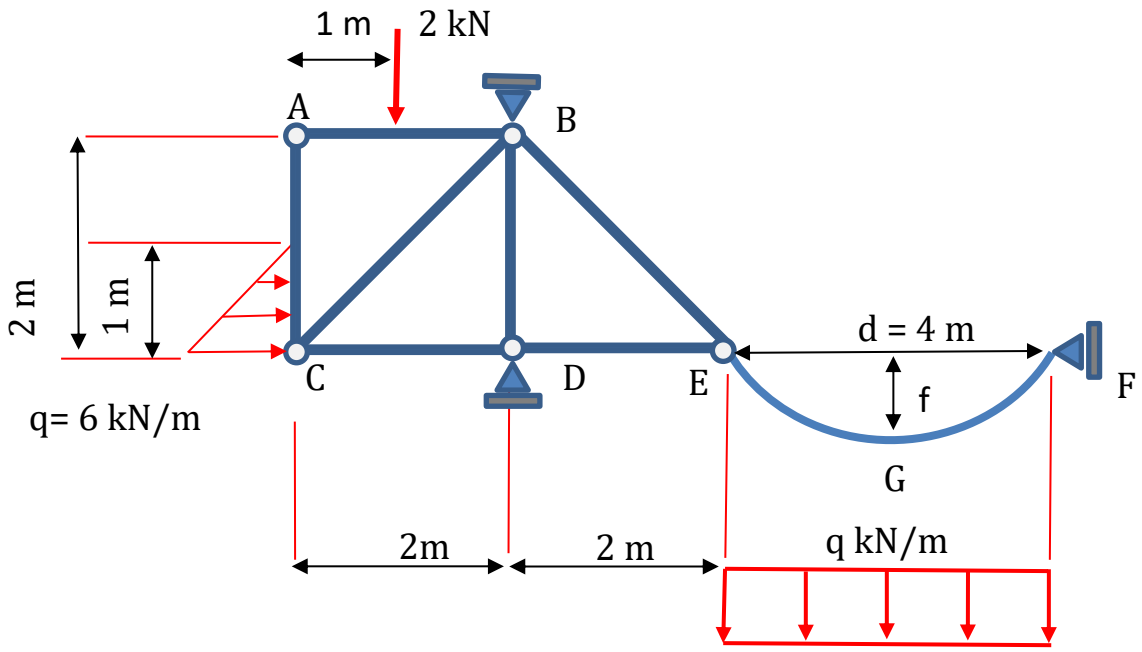
**a)** La tensión vertical y horizontal en los puntos de apoyo del cable (E y F).

**b)** Los diagramas y expresiones de las leyes de esfuerzos cortantes y de momentos flectores en la barra AC.

**c)** Los esfuerzos axiles en las barras AB, BC y CD utilizando el Método de las Secciones.

**d)** El incremento de longitud que experimentará la barra BD como resultado de las cargas que actúan sobre la estructura articulada.

**NOTA:** todos los apartados del ejercicio son independientes entre sí, por lo que no necesitas resultados para previos para poder resolverlos.




NOTA: Se valorará la claridad y justificación en la respuesta.

**EJERCICIO 3 (TIEMPO MÁXIMO: 30 MINUTOS)**

La estructura **ABC** que se muestra en la Figura 1 está sometida al sistema de cargas representado, constituido por un momento **M** aplicado en **D**, una carga distribuida entre **BC** de valor **q** y una carga puntual **P** en **C**.

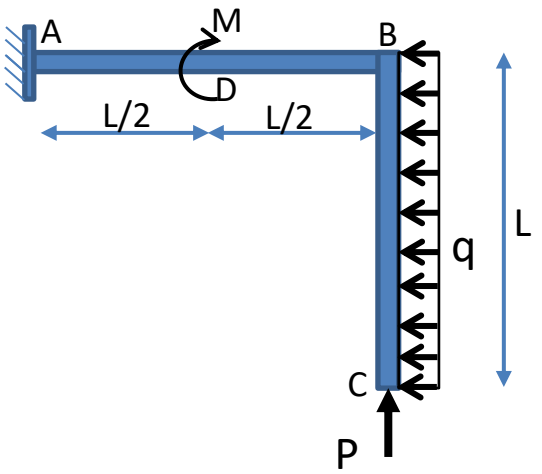



**Figura 1**

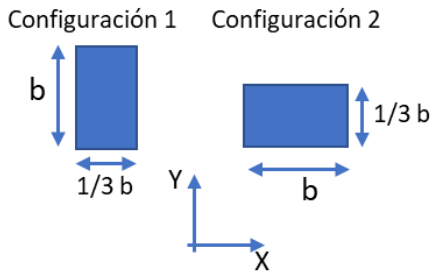



**Figura 2**

Se pide:

**a)** Calcular y dibujar los diagramas de esfuerzos axiles y de momentos flectores de la estructura **ABC**, en función de **P**, **q** y **M**.

**b)** Qué valores deben tener **P** y **M**, en función de **q**, para que la tensión normal máxima en valor absoluto sea la misma en el tramo **AB** o en el tramo **BC**.

**c)** Demostrar que la fibra neutra se encuentra por encima del centro de gravedad en cualquier sección de las barras **AB** y **BC** si se cumple la condición del apartado anterior.

**d)** Demostrar que el coeficiente de seguridad de la estructura es mayor en el caso en el que se utilice para la sección transversal la "Configuración 1" que el caso en el que se utilice la "Configuración 2". Considerar que la tensión admisible del material toma el mismo valor para tracción y compresión y tomares igual a $\sigma_{adm}$.

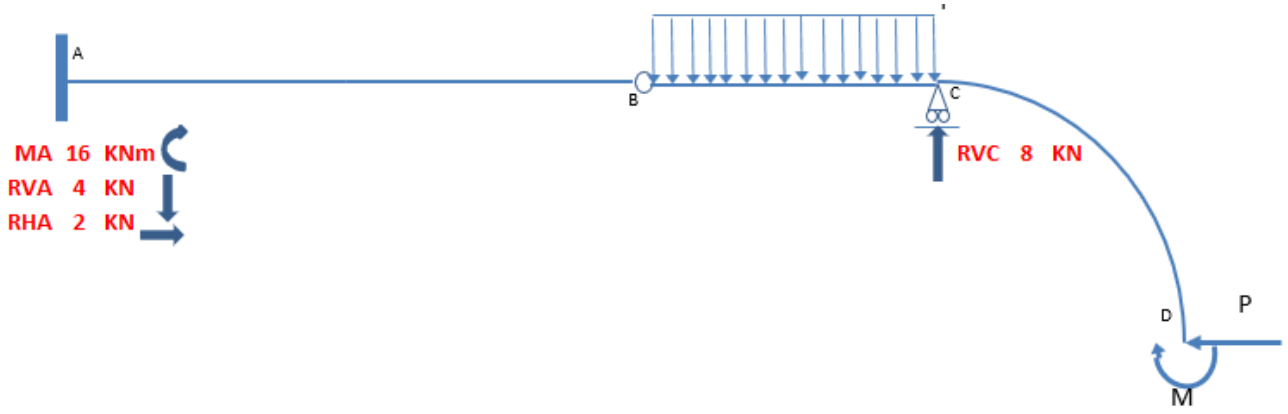
NOTA: Se valorará la claridad y justificación en la respuesta.

# SOLUTION EXERCISE 1

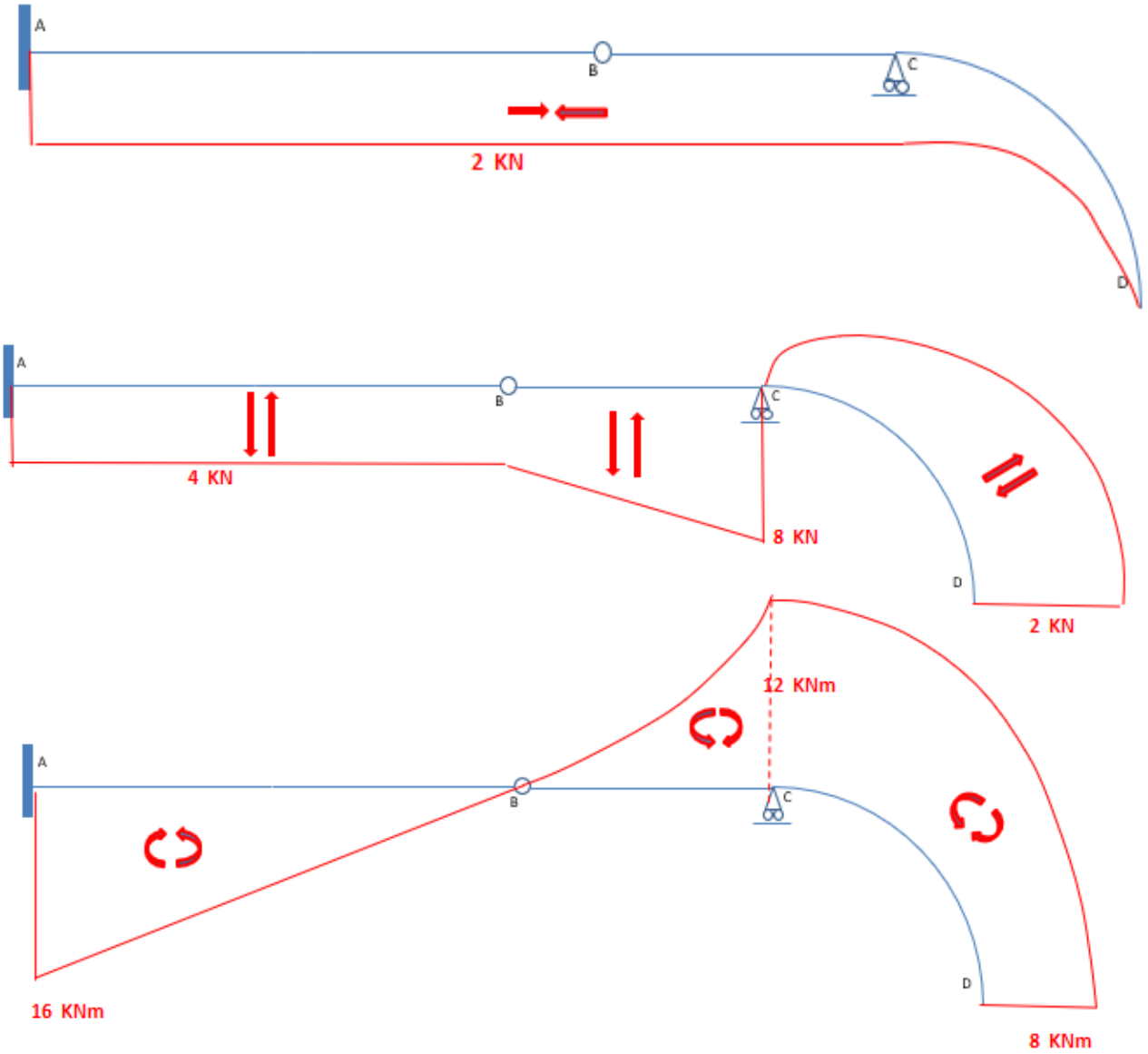
**1) Cálculo de reacciones en los apoyos de la viga y leyes de esfuerzo acotando sus valores.**

$$\sum M_B^R = 0 \rightarrow V_c L - qL\left(\frac{L}{2}\right) - PL - M = 0 \rightarrow \mathbf{V_c = 8\ kN}\ (\uparrow);\ \sum F_y = 0 \rightarrow V_a + V_c = qL \rightarrow \mathbf{V_a = 4\ kN}\ (\downarrow)$$

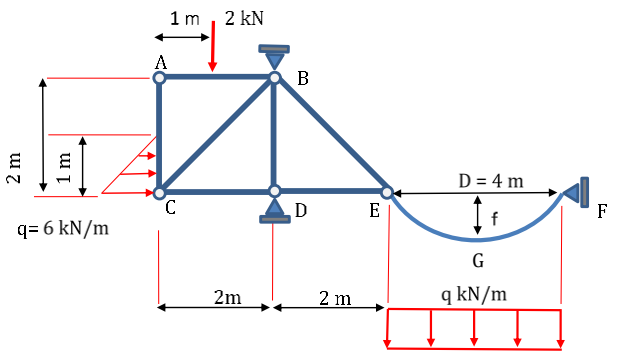
$$\sum M_B^L = 0 \rightarrow 2V_a L - M_a = 0 \rightarrow \mathbf{M_a = 16\ kN.m}\ ;\ \sum F_x = 0 \rightarrow H_a - P = 0 \rightarrow \mathbf{H_a = 2\ kN}\ (\rightarrow)$$




**2) Diagramas de esfuerzo.**



## SOLUTION EXERCISE 2




a) Reaction forces at the cable

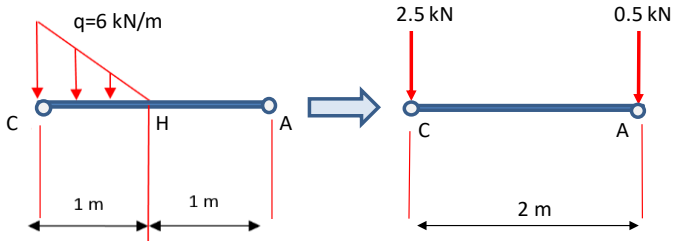
$$f = \frac{q}{2T_o}x^2 \rightarrow T_o = 4q\ [\text{kN}]$$

$$T_y = \frac{qL}{2} = 2q\ [\text{kN}]$$

$$T_{max} = \sqrt{T_y^2 + T_o^2} = \sqrt{20q^2} = 4472.13\ [\text{kN}]$$

$$q \cong 1\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \rightarrow \mathbf{T_o = 4q \cong 4\ kN}\ (\leftarrow);\ \mathbf{T_y = \frac{qL}{2} \cong 2\ kN}(\uparrow)$$

b) Force laws at stretch AC

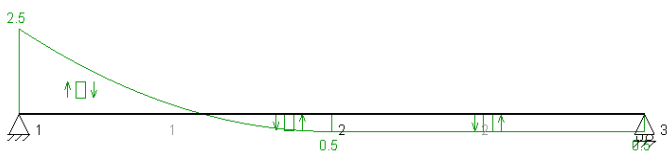



$$q(x) = q\left(1 - \frac{x}{L}\right) = 6(1 - x)$$

$$V_T(x) = 6\left(x - \frac{x^2}{2}\right)$$

$$V_{CH}(x) = \frac{5}{2} - 6\left(x - \frac{x^2}{2}\right) = 3x^2 - 6x + \frac{5}{2}\ [\text{kN}]$$

$$V_{HA}(x) = -\frac{1}{2}\ [\text{kN}]$$



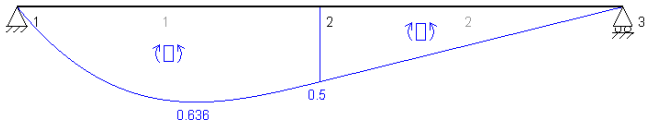

$$M_T(x) = 6\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right)$$

$$M(x)_{CH} = \frac{5x}{2} - 6\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) = x^3 - 3x^2 + \frac{5x}{2}\ [\text{kN.m}]$$

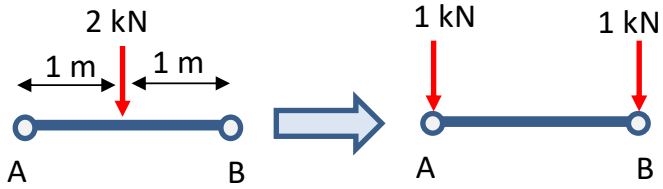
$$M_{max} \rightarrow \frac{dM(x)}{dx} = V(x) = 0 \rightarrow x = 0.59\ [\text{m}]$$

$$M_{max} = M(x = 0.59) = 0.636\ [\text{kN.m}]$$

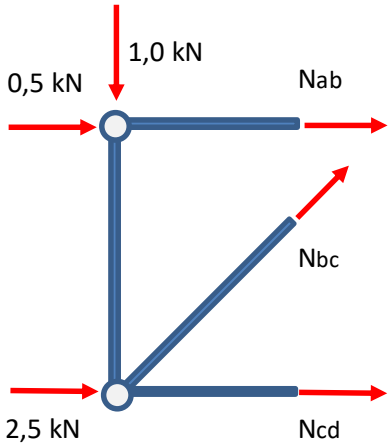
$$M_{HA}(x) = \frac{1}{2}(2 - x) = 1 - \frac{x}{2}\ [\text{kN}]$$




c) Method of the sections




Cutting the structure:




$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}N_{bc} - 1 = 0 \rightarrow \mathbf{N_{bc} = \sqrt{2}\ kN\ (T)}$$

$$\sum M_c = 0 \rightarrow N_{ab}L + 0.5L = 0 \rightarrow \mathbf{N_{ab} = 0.5\ kN\ (C)}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}N_{bc} + N_{cd} - N_{ab} + 0.5 + 2.5 = 0$$

$$\mathbf{N_{bc} = 3.5\ kN\ (C)}$$

d) Increment of length

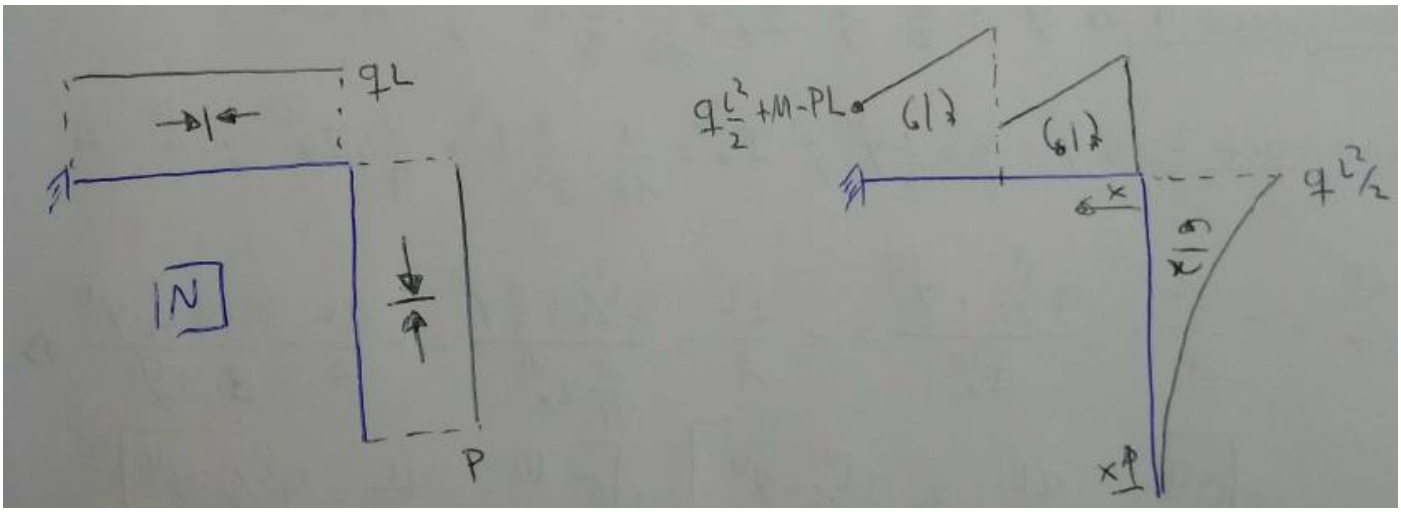
$$\Delta l = \frac{\mathbf{NL}}{\mathbf{EA}} = \mathbf{0} \rightarrow \text{Boundary conditions}$$

Stretch BD is restrained by two pinned supports; therefore, its movement is restricted and there is no length variation.

# SOLUTION EXERCISE 3

## 1) DIAGRMA FUERZOS

$$\left[\mathbf{BC}: \mathbf{N} = -\mathbf{P}; \mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{qx^2}}{\mathbf{2}}\right] \left[\mathbf{BD}: \mathbf{N} = -\mathbf{qL}; \mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{qL^2}}{\mathbf{2}} - \mathbf{Px}\right] \left[\mathbf{AD}: \mathbf{N} = -\mathbf{qL}; \mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{qL^2}}{\mathbf{2}} - \mathbf{Px} + \mathbf{M}\right]$$




## 2) Valores de P y M

$$\sigma_{max}^{AB} = \sigma_{max}^{BC} \rightarrow \frac{qL}{A} + \frac{\left(\frac{qL^2}{2} + M - \frac{PL}{2}\right)y}{I_x} = \frac{P}{A} + \frac{\left(\frac{qL^2}{2}\right)y}{I_x} \rightarrow \frac{(qL - P)}{A} + \frac{\left(M - \frac{PL}{2}\right)y}{I_x} = 0 \rightarrow \mathbf{P = qL; M = \frac{qL^2}{2}}$$

## 3) Fibra neutra

$$\sigma(y+) = 0 = -\frac{N}{A} + \frac{M_x.y_{fn}}{I_x} \rightarrow y_{fn} = \frac{N.I_x}{A.M_x} = \left(\frac{I_x}{A}\right)\left(\frac{qL}{\frac{qL^2}{2}}\right) = \left(\frac{2.I_x}{A.L}\right) > 0 \rightarrow A, L, I_x > 0 \rightarrow \mathbf{y_{fn}\ above\ cog}$$

## 4) Coeficiente de seguridad

La solicitación más crítica es la que se produce en la parte inferior de la sección, donde la compresión del axil y del flector tienen el mismo signo:

$$\sigma_{max}^{comp}(y < 0) = \frac{N}{A} + \frac{M_x.y}{I_x} = \frac{qL}{A} + \frac{\left(\frac{qL^2}{2}\right)y}{I_x} [MPa](C)$$

$$\sigma_{max1}^{comp}\left(y = -\frac{b}{2}\right) = \frac{qL}{\frac{b^2}{3}} + \frac{\left(\frac{qL^2}{2}\right)\frac{b}{2}}{\frac{b^3}{12}\left(\frac{b}{3}\right)} = \left(\frac{3qL}{b^2} + \frac{9qL^2}{b^3}\right) = \frac{3qL}{b^2}\left(1 + \frac{3L}{b}\right) [MPa]\ (C)$$

$$\sigma_{max2}^{comp}\left(y = -\frac{b}{6}\right) = \frac{qL}{\frac{b^2}{3}} + \frac{\left(\frac{qL^2}{2}\right)\frac{b}{6}}{\frac{b}{12}\left(\frac{b}{3}\right)^3} = \left(\frac{3qL}{b^2} + \frac{27qL^2}{b^3}\right) = \frac{3qL}{b^2}\left(1 + \frac{9L}{b}\right) [MPa]\ (C)$$

$$(\boldsymbol{\sigma_{adm1} = \sigma_{adm2}}) \cap (\boldsymbol{\sigma_2 > \sigma_1}) \rightarrow \mathbf{CS_1 > CS_2}$$